

Esercizi svolti sul livello fisico

Baud rate e bit rate

1. Un segnale trasferisce 3 bit per ogni unità. Se in un secondo vengono trasferite 2000 unità calcolare il bit rate ed il baud rate

SOLUZIONE:

Baud Rate: 2000 baud/s

Bit rate = n.bit trasferiti * unità trasferite = 3 * 2000 = 6000 bbs

2. Il Bite rate di un segnale è 3000. Se ogni unità trasporta 6 bit qual è il baud rate?

SOLUZIONE:

Baud Rate: 3000/6 = 500 baud/s

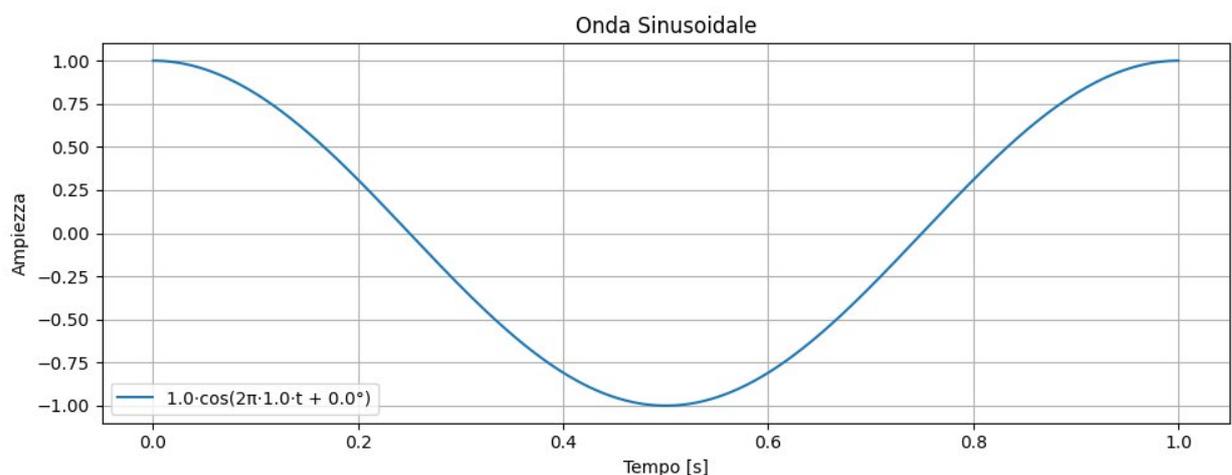
Segnali analogici

1. Disegnare la forma d'onda di un segnale analogico con Ampiezza = 1, frequenza = 1 e fase = 0° (0 rad)rad(

SOLUZIONE:

Un segnale analogico è rappresentato dalla formula $y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ dove A = Ampiezza, ω = pulsazione e φ = fase)

Poichè la pulsazione è legata alla frequenza dalla formula $\omega = 2\pi \cdot f$ con f= frequenza, il nostro segnale diventa $y(t) = 1 \cdot \cos(2\pi t \cdot 1 + 0) = 1 \cdot \cos(2\pi t)$ -> Per t=0 il segnale vale 1 e poi aumentando di poco t il segnale diminuisce Quindi:



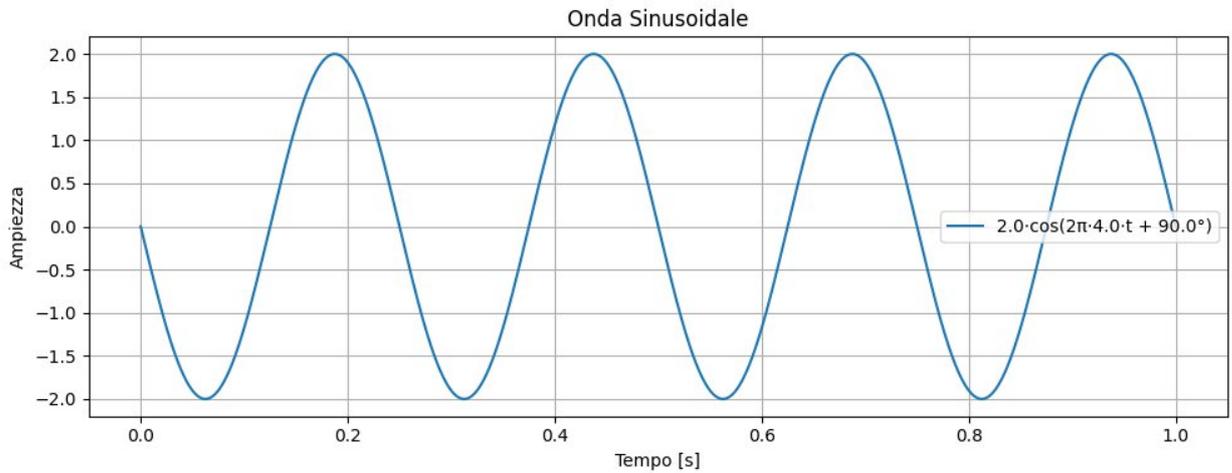
2. Disegnare la forma d'onda di un segnale analogico con Ampiezza = 2, frequenza = 4 e fase = 90° ($\pi/2$ radianti) radian

SOLUZIONE:

Un segnale analogico è rappresentato dalla formula $y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ dove A = Ampiezza, ω = pulsazione e φ = fase)

Poichè la pulsazione è legata alla frequenza dalla formula $\omega = 2\pi \cdot f$ con f= frequenza, il nostro segnale diventa $y(t) = 2 \cdot \cos(2\pi t \cdot 4 + (\pi/2))$.

La formula per $\cos(a + b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$ —> otteniamo $-2 \cdot \sin(8\pi t)$. Per t=0 abbiamo 0 e poi aumentando di poco t abbiamo un valore negativo ->



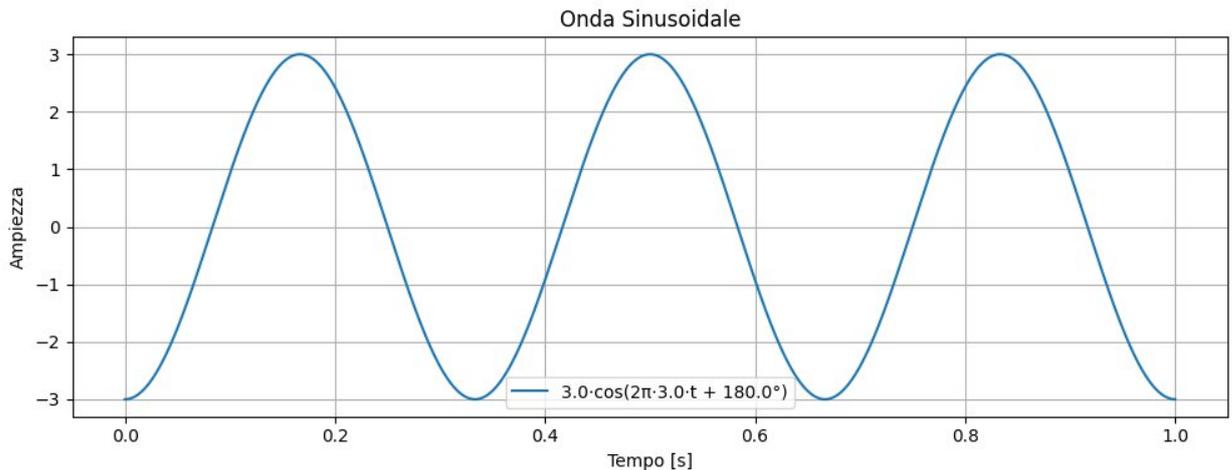
3. Disegnare la forma d'onda di un segnale analogico con Ampiezza = 3, frequenza = 3 e fase = 180° (π radianti) radian

SOLUZIONE:

Un segnale analogico è rappresentato dalla formula $y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ dove A = Ampiezza, ω = pulsazione e φ = fase)

Poichè la pulsazione è legata alla frequenza dalla formula $\omega = 2\pi \cdot f$ con f= frequenza, il nostro segnale diventa $y(t) = 3 \cdot \cos(2\pi t \cdot 3 + \pi) = 3 \cdot \cos(6\pi t + \pi) \rightarrow 3 \cdot [\cos(6\pi t) \cdot \cos(\pi) - \sin(6\pi t) \cdot \sin(\pi)] = 3 \cdot \cos(6\pi t)$. Per t=0 il $\cos(0) = 1$ —> il segnale vale 3 e aumentando t il

segnale cresce quindi:

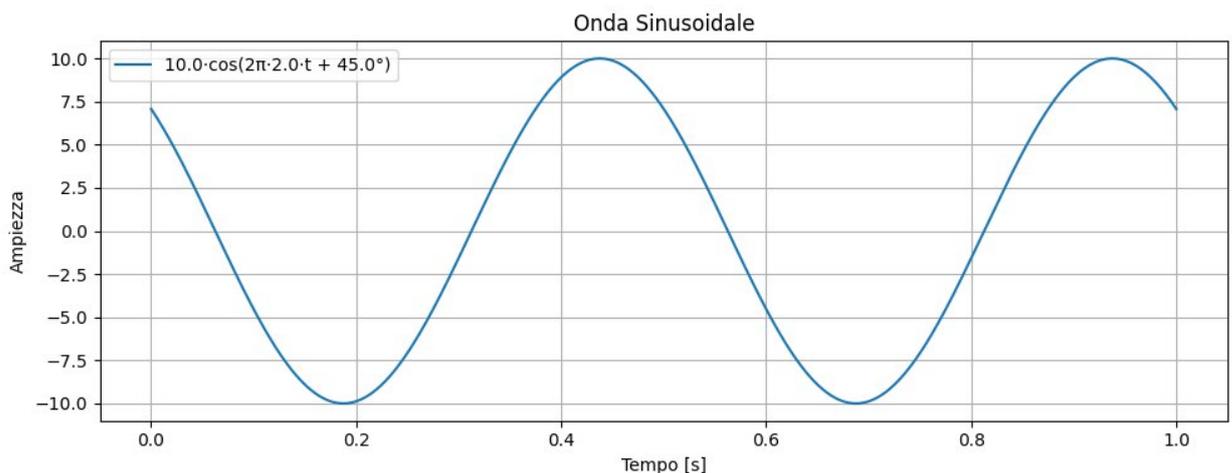


4. Disegnare la forma d'onda di un segnale analogico con Ampiezza = 10, frequenza = 2 e fase = 45° ($\pi/4$)/4/

SOLUZIONE:

Un segnale analogico è rappresentato dalla formula $y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ dove A = Ampiezza, ω = pulsazione e φ = fase)

Poichè la pulsazione è legata alla frequenza dalla formula $\omega = 2\pi \cdot f$ con f = frequenza, il nostro segnale diventa $y(t) = 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi t \cdot 2 + \pi/4) = 10 \cdot \cos(4\pi t + \pi/4) \rightarrow = 10 \cdot [\cos(4\pi t) \cdot \cos(\pi/4) - \sin(4\pi t) \cdot \sin(\pi/4)]$ Il coseno e il seno a 45° valgono circa 0,7 \rightarrow il segnale vale $y(t) = 3 \cdot 0,7(\cos(4\pi t) - \sin(4\pi t))$. Per $t=0$ il segnale vale $y(t) = 2,1$ poi all' aumentare di t decresce



Capacità di canale

1. Determinare la Capacità di canale C con banda passante $B = 100\text{kHz}$ e rapporto Segnale/Rumore $\frac{S}{N} = 20\text{dB}$

SOLUZIONE:

Ricordando che $1dB = 10 \cdot \log\left(\frac{S}{N}\right) \rightarrow \frac{1dB}{10} = \log\left(\frac{S}{N}\right) \rightarrow \frac{S}{N} = 10^{\frac{1dB}{10}}$ -> in questo caso $C = 100 \cdot 10^3 \cdot \log_2(1 + 10^{\frac{35}{10}}) = 1166 \text{ kbps}$

2. Determinare la banda passante B data la capacità di canale $C=1 \text{ Mbps}$ e $B = 100 \text{ kHz}$ e rapporto Segnale/Rumore $\frac{S}{N} = 10 \text{ dB}$

SOLUZIONE:

Dalla formula inversa ottengo $B = \frac{C}{\log_2(1 + 10^{\frac{10}{10}})} = \frac{1 \cdot 10^6}{\log_2(11)} = 288,18 \text{ kHz}$,

3. Determinare il rapporto Segnale/Rumore $\frac{S}{N}$ in dB data $C=34,7 \text{ kbps}$ e $B=10 \text{ kHz}$

SOLUZIONE:

Dalla formula inversa ottengo $\frac{S}{N} = 2^{\frac{C}{B}} - 1 \rightarrow \frac{S}{N} = 2^{\frac{34,7}{10}} - 1 = 10 \text{ dB}$

Digitalizzazione

1. Dato il segnale $y(t) = 5 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t + \pi/4)$ rappresentare:

- il segnale originario
- il segnale campionato livelli
- il segnale quantizzato livelli
- la sequenza di bit rappresentativa del segnale

utilizzando 10 campioni, 8 livelli ed intervallo di misurazione 1s

SOLUZIONE:

Poichè $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$ quindi la frequenza del segnale è $f = \frac{4 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} = 2 \text{ Hz}$ quindi nell'intervallo di misurazione il segnale si ripeterà 2 volte.

Adesso ricordiamo che 360° corrispondono a 2π così con una proporzione possiamo convertire i gradi in radianti $x^\circ = \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot x \text{ rad}$

Devo ottenere 10 campioni in un secondo per cui 1 ogni 0.1 s:

$t_1=0 \rightarrow y(0) = 5 \cdot \cos(\pi/4) = 5 \cdot \cos(45^\circ) = 3.54$

$$t_2=0.1 \rightarrow y(0.1) = 5 * \cos(117^\circ) = -2.27$$

$$t_3=0.2 \rightarrow y(0.2) = 5 * \cos(188^\circ) = -4.94$$

$$t_4=0.3 \rightarrow y(0.3) = 5 * \cos(261^\circ) = -0.78$$

$$t_5=0.4 \rightarrow y(0.4) = 5 * \cos(333^\circ) = 4.46$$

$$t_6=0.5 \rightarrow y(0.5) = 5 * \cos(405^\circ) = 5 * \cos(405 - 360) = 5 * \cos(45) = 3.54$$

$$t_7=0.6 \rightarrow y(0.6) = 5 * \cos(477^\circ) = -2.27$$

$$t_8=0.7 \rightarrow y(0.7) = 5 * \cos(549^\circ) = -4.94$$

$$t_9=0.8 \rightarrow y(0.8) = 5 * \cos(621^\circ) = -0.78$$

$$t_{10}=0.9 \rightarrow y(0.9) = 5 * \cos(693^\circ) = 4.46$$

Come ci aspettavamo il valore dei primi cinque campioni sono uguali ai secondi 5 poichè la frequenza è 2 HZ e il segnale si ripete 2 volte.

Per cui se ad esempio avessimo un segnale con $f = 3\text{Hz}$ e dobbiamo ottenere un numero di campioni che è multiplo della frequenza in un intervallo di 1s basta calcolare solo il valore dei primi n campioni con $n=f$. Esempio: $f = 3\text{Hz}$ e devo ottenere il valore di 9 campioni basta calcolare solo i primi tre campioni.

Adesso occupiamoci della quantizzazione. Devo utilizzare 8 livelli.

Il valore min del segnale è: -4.94 e il valore max è: 4.46

Rappresentiamo la relativa codifica ($8 \text{ livelli} = \log_2 8 \text{ bit} = 3 \text{ bit per ciascun livello}$)

| LIVELLO | Codifica |
|---------|----------|
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 010 |
| 3 | 011 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |

Adesso passiamo alla normalizzazione. Se non si normalizza, si potrebbe:

- Uscire fuori dal range dei livelli.
- Perdere risoluzione perché il segnale non sfrutta tutti i livelli disponibili.

La normalizzazione consiste nel calcolare la percentuale di quel campione rispetto al valore max e si calcola così:

$$\text{Campione_normalizzato} = \frac{\text{campione} - \text{min}}{\text{max} - \text{min}} * (\text{livelli} - 1)$$

$$\text{Valore quantizzato} = \text{round}(\text{Campione_normalizzato}) * (\text{max} - \text{min}) + \text{min}$$

L'arrotondamento del campione normalizzato ci dice il livello di appartenenza

Eseguiamo solo un esempio per un campione: campione n.4 (-0,78)

$$\text{Campione normalizzato: } \frac{-0.78 + 4.94}{4.46 + 4.94} * 7 = 3.09$$

Parte intera campione normalizzato = livello = 3

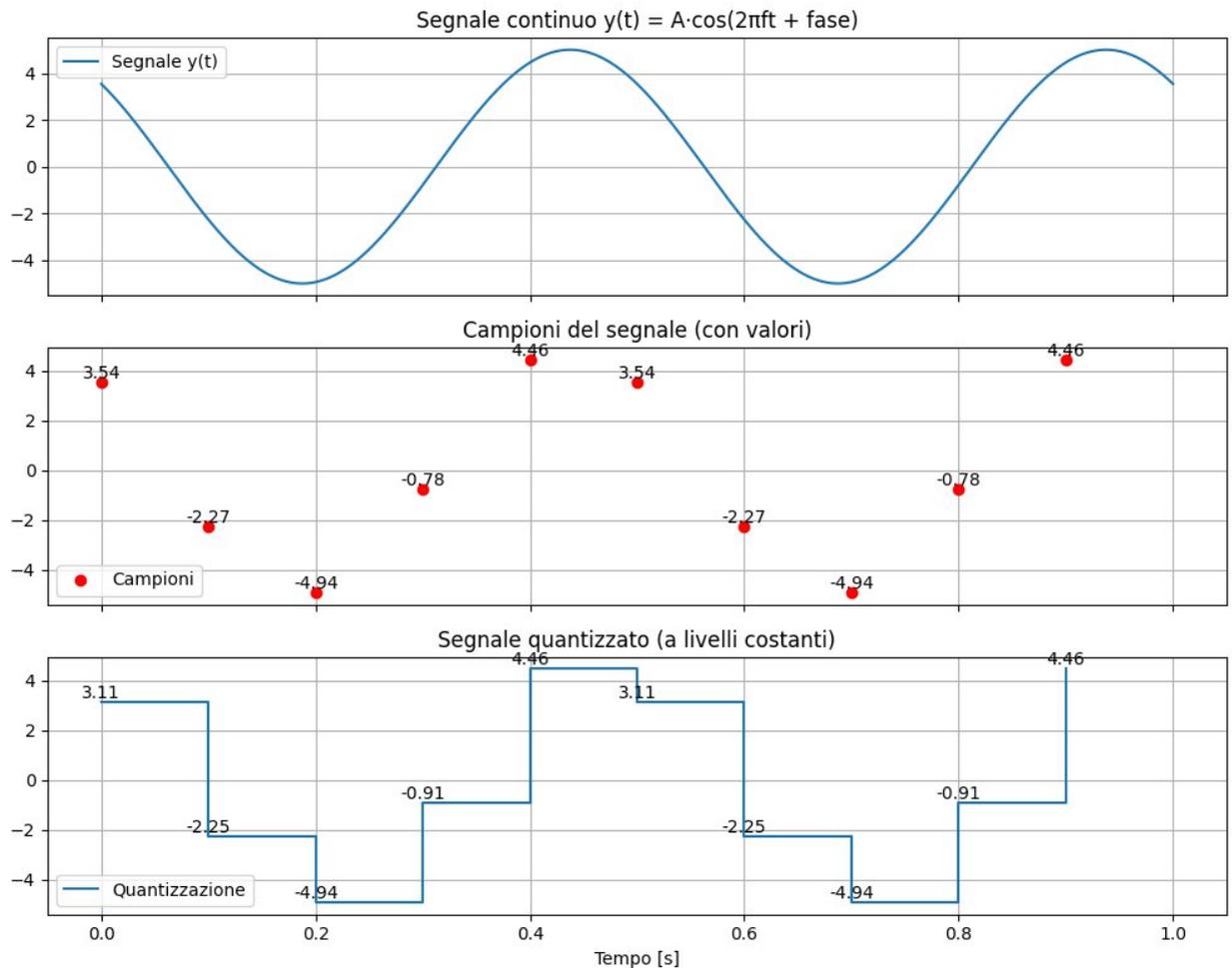
$$\text{Campione quantizzato} = \frac{3}{7} * (4.46 + 4.94) - 4.94 = -0.91$$

Dopo aver fatto la normalizzazione e calcolato i livelli passiamo alla codifica del segnale indicando per ciascun campione il livello e la codifica relativa

| N, | Campione | Campione normalizzato | Livello | Campione quantizzato | Codifica |
|----|----------|-----------------------|---------|----------------------|----------|
| 1 | 3.54 | 6.31 | 6 | 3.11 | 110 |
| 2 | - 2.27 | 1.98 | 2 | - 2.25 | 010 |
| 3 | - 4.94 | 0 | 0 | - 4.94 | 000 |
| 4 | - 0.78 | 3.09 | 3 | - 0.91 | 011 |
| 5 | 4.46 | 7 | 7 | 4.46 | 111 |
| 6 | 3.54 | 6.31 | 6 | 3.11 | 110 |
| 7 | - 2.27 | 1.98 | 2 | - 2.25 | 010 |
| 8 | - 4.94 | 0 | 0 | - 4.94 | 000 |
| 9 | - 0.78 | 3.09 | 3 | - 0.91 | 011 |
| 10 | 4.46 | 7 | 7 | 4.46 | 111 |

Rappresentiamo la sequenza trasmessa:

110 010 000 011 111 110 010 000 011 111



2. Dato il segnale $y(t) = 2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$ rappresentare:

- il segnale originario
- il segnale campionato
- il segnale quantizzato
- la sequenza di bit rappresentativa del segnale

utilizzando 10 campioni, 8 livelli ed intervallo di misurazione 1s

SOLUZIONE:

Poichè $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$ quindi la frequenza del segnale è $f = \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} = 1\text{Hz}$ quindi nell'intervallo di misurazione il segnale si ripeterà 1 volta.

Adesso ricordiamo che 360° corrispondono a 2π così con una proporzione possiamo convertire i gradi in radianti $x^\circ = \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot x_{rad}$

Devo ottenere 10 campioni in un secondo per cui 1 ogni 0.1 s:

$$t_1=0 \rightarrow y(0) = 2 \cdot \cos(\pi/2) = 2 \cdot \cos(90^\circ) = 0$$

$$t_2=0.1 \rightarrow y(0.1) = 2 * \cos(126^\circ) = -1.18$$

$$t_3=0.2 \rightarrow y(0.2) = 2 * \cos(162^\circ) = -1.90$$

$$t_4=0.3 \rightarrow y(0.3) = 2 * \cos(198^\circ) = -1.90$$

$$t_5=0.4 \rightarrow y(0.4) = 2 * \cos(234^\circ) = -1.18$$

$$t_6=0.5 \rightarrow y(0.5) = 2 * \cos(270^\circ) = 0$$

$$t_7=0.6 \rightarrow y(0.6) = 2 * \cos(306^\circ) = 1.18$$

$$t_8=0.7 \rightarrow y(0.7) = 2 * \cos(342^\circ) = 1.90$$

$$t_9=0.8 \rightarrow y(0.8) = 2 * \cos(378^\circ) = 1.90$$

$$t_{10}=0.9 \rightarrow y(0.9) = 2 * \cos(414^\circ) = 1.18$$

Adesso occupiamoci della quantizzazione. Devo utilizzare 8 livelli.

Il valore min del segnale è: -1.90 e il valore max è: 1.90

Rappresentiamo la relativa codifica (8 livelli = $\log_2 8 \text{ bit} = 3 \text{ bit per ciascun livello}$)

| LIVELLO | Codifica |
|---------|----------|
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 010 |
| 3 | 011 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |

Adesso passiamo alla normalizzazione.

Ricordiamo che la normalizzazione consiste nel calcolare la percentuale di quel campione rispetto al valore max e si calcola così:

$$\text{Campione_normalizzato} = \frac{\text{campione} - \text{min}}{\text{max} - \text{min}} * (\text{livelli} - 1)$$

$$\text{Valore quantizzato} = \text{round}(\text{Campione_normalizzato}) * (\text{max} - \text{min}) + \text{min}$$

L'arrotondamento del campione normalizzato ci dice il livello di appartenenza

Eseguiamo solo un esempio per un campione: campione n.5 (-1.18)

$$\text{Campione normalizzato: } \frac{-1.18 + 1.90}{1.90 + 1.90} * 7 = 1.32$$

Parte intera campione normalizzato = livello = 1

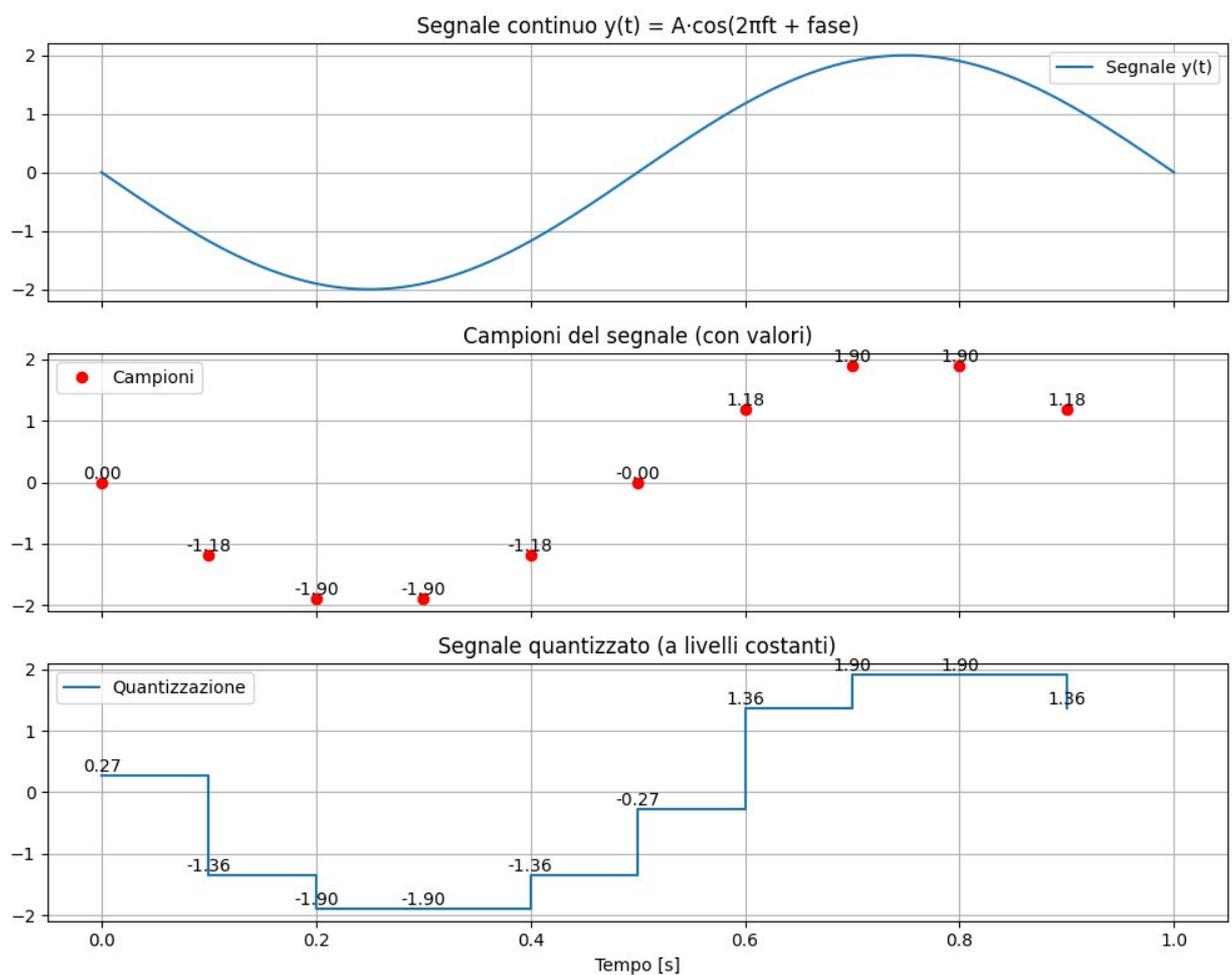
$$\text{Campione quantizzato} = \frac{1}{7} * (1.90 + 1.90) - 1.90 = -1.361.$$

Dopo aver fatto la normalizzazione e calcolato i livelli passiamo alla codifica del segnale indicando per ciascun campione il livello e la codifica relativa

| N, | Campione | Campione normalizzato | Livello | Campione quantizzato | Codifica |
|----|----------|-----------------------|---------|----------------------|----------|
| 1 | 0 | 3.5 | 3 | - 0.27 | 011 |
| 2 | - 1.18 | 1.32 | 1 | - 1.36 | 001 |
| 3 | - 1.90 | 0 | 0 | - 1.90 | 000 |
| 4 | - 1.90 | 0 | 0 | - 1.90 | 000 |
| 5 | - 1.18 | 1.32 | 1 | - 1.36 | 001 |
| 6 | 0 | 3.5 | 3 | - 0.27 | 011 |
| 7 | 1.18 | 5.67 | 6 | 1.36 | 110 |
| 8 | 1.90 | 7 | 7 | 1.90 | 111 |
| 9 | 1.90 | 7 | 7 | 1.90 | 111 |
| 10 | 1.18 | 5.67 | 6 | 1.36 | 110 |

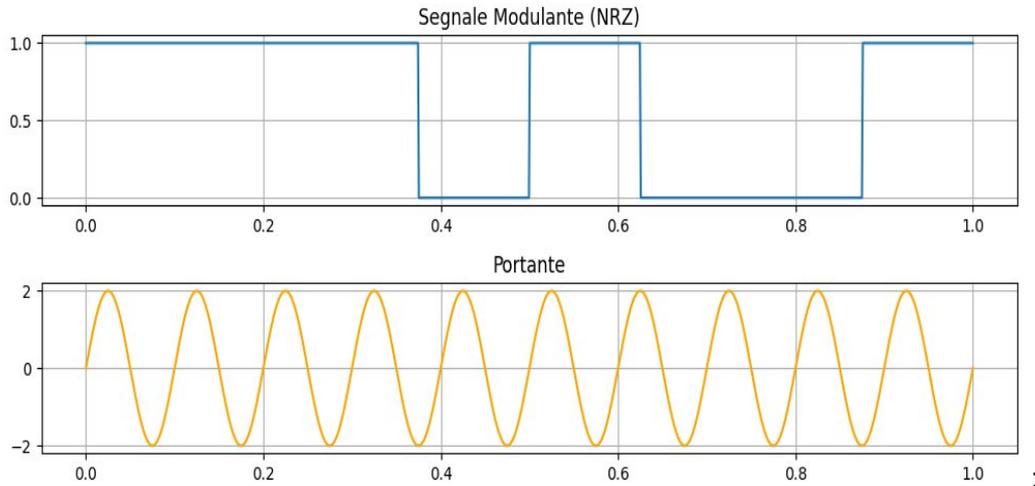
Rappresentiamo la sequenza trasmessa:

011 001 000 000 001 011 110 111 111 110



Modulazioni

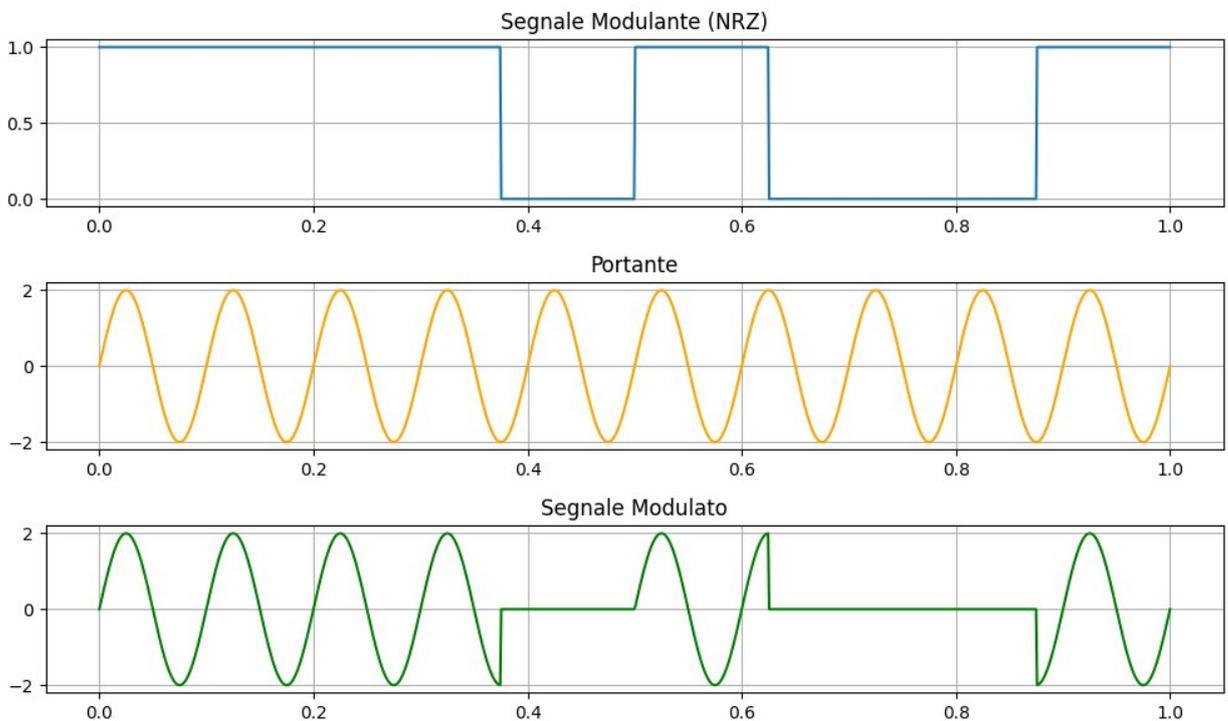
1. Dati i seguenti segnali modulante e portante determinare il bitstream e disegnare il segnale modulato con modulazione ASK



SOLUZIONE:

Analizzando il segnale portante si capisce che il bitstream è: 11101001

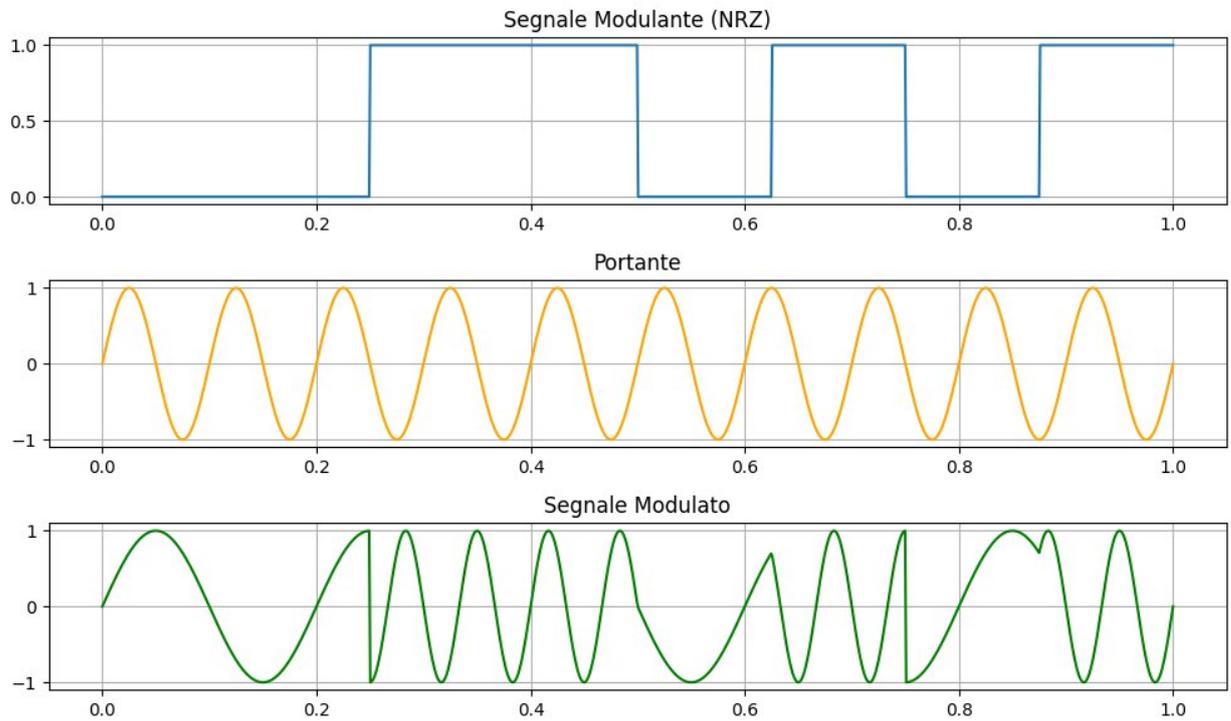
Mentre per il segnale modulato posso portare a 0 il segnale quando il bit è 0:



2. Dato il bitstream: 00110101, ipotizzando $A=1$, la frequenza della portante di 10 Hz e una deviazione di 5Hz e che la modulazione sia FSK disegnare i tre segnali: modulante, portante e modulato:

SOLUZIONE:

La modulazione è FSK quindi in corrispondenza degli zeri, visto che la deviazione è del 50%, la frequenza viene dimezzata:



3. Dato il bitstream: 10110011, ipotizzando $A=1$, la frequenza della portante di 10 Hz e uno sfasamento di 180° e che la modulazione sia PSK disegnare i tre segnali: modulante, portante e modulato:

SOLUZIONE:

La modulazione è PSK quindi in corrispondenza degli zeri, il segnale si inverte ed è come specchiato:

